

NOME DA MATERIA: *Topoloxía dos espazos euclidianos*
MODULO: Topoloxía
CRÉDITOS: 6
CARÁCTER: Básica
CONVOCATORIA: 2^o cuadrimestre
CURSO: 2008-09

Profesorado

Nome	Categoría	Función
Eduardo García Río	Titular	Profesor, Grupo B
Xosé M. Masa Vázquez	Catedrático	Profesor, Grupo A
Elena Vázquez Abal	Titular	Profesora, Grupo B

Obxectivos da materia

Na base do concepto de distancia encóntrase, por exemplo, o concepto de converxencia de sucesións de puntos e os seus límites, e un pode, tomando estas ideas como base, prescindir da noción de distancia.

Felix Hausdorff

O estudo da topoloxía da recta real iniciouse na materia de *Introdución á Análise Matemática* e, no que fai á continuidade, desenvólvese na materia *Continuidade e derivabilidade de funcións dunha variábel real*. Agora, nesta materia, vaise abordar o estudo da topoloxía non soamente da recta real, mais tamén dos espazos euclidianos de calquera dimensión. Ademais, farase un tratamento máis sistemático das cuestións consideradas.

Trátase de estudar conceptos, métodos e propiedades métricos e, fundamentalmente, topolóxicos en \mathbb{R}^p , partindo da súa estrutura euclidiana. Os principais conceptos que se van estudar son os de completitude, continuidade, conexidade e compacidade, facendo especial fincapé nas técnicas de converxencia de sucesións, que son as técnicas xa empregadas nos estudos previos.

Contidos

Tema 1 Os espazos euclidianos (0,5 créditos)

- 1.1 Produto escalar e norma euclidiana
- 1.2 Desigualdades de Cauchy-Schwarz e de Minkowski
- 1.3 Distancia euclidiana. Propiedades; a desigualdade triangular

1.4 Bólas abertas

1.5 Distancia entre conxuntos. Conxuntos limitados. Diámetro

Tema 2 A topoloxía do espazo euclidiano (0,75 créditos)

2.1 Definición de conxunto aberto

2.2 Propiedades características dos conxuntos abertos

2.3 Conxuntos pechados.

2.4 Espazos e subespazos. Abertos relativos

Tema 3 Converxencia (0,5 créditos)

3.1 Sucesións. Sucesións converxentes

3.2 Converxencia e topoloxía: puntos de acumulación.

Tema 4 Completitude (0,75 créditos)

4.1 Sucesións de Cauchy

4.2 A completitude de \mathbb{R} : principio do supremo e postulado dos intervalos encaixados

4.3 Teorema de Bolzano-Weierstrass

4.4 Completitude do espazo euclidiano

Tema 5 Continuidade (1 crédito)

5.1 Definición de continuidade

5.2 Composición de funcións continuas. Restrición

5.3 Continuidade secuencial

Tema 6 Continuidade Global (0,5 créditos)

6.1 Caracterización global da continuidade

6.2 Función combinada

Tema 7 Propiedades topolóxicas (0,25 créditos)

7.1 Homeomorfismos.

7.2 Propiedades topolóxicas

Tema 8 Conexidade (0,75 créditos)

- 8.1 Espazos conexos
- 8.2 O Teorema do valor intermedio

Tema 9 Compacidade (1 crédito)

- 9.1 Compacidade. Compacidade secuencial
- 9.2 Caracterización dos conxuntos compactos no espazo euclidiano
- 9.3 O Teorema do máximo e do mínimo
- 9.4 Continuidade uniforme
- 9.5 Conxuntos compactos e conexos

Bibliografía básica e complementaria

1. BARTLE, R.G. *Introducción al Análisis Matemático*. Ed. Limusa. México, 1980
2. BUSKES, G. AND VAN ROOIJ, A. *Topological spaces*. Springer, 1996
3. CHINN, W.G. and STEENROOD, N.E. *Primeros conceptos de Topología*. Ed. Alhambra, 1975.
4. MASA VÁZQUEZ, X.M. *Topoloxía xeral. Introducción aos espazos euclidianos, métricos e topolóxicos*. Manuais universitarios, 1. Universidade de Santiago de Compostela, 1999.
5. SUTHERLAND, W.A. *Introduction to metrics and topological spaces*. Clarendon Press. Oxford, 1975.

Competencias

Unha das ferramentas que utilizaremos de forma máis reiterada será a converxencia de sucesións. Esa será a primeira competencia curricular que sinalamos, que podería enunciarse como capacidade de aplicar a converxencia de sucesións á caracterización de propiedades topolóxicas. Isto require unha boa comprensión do concepto de límite, primeiro; require ser capaz de identificar sucesións converxentes; require ser capaz de construír sucesións converxentes relevantes para a cuestión en estudo; ser capaz, en fin, de relacionar a converxencia coa propiedade considerada, ideando a oportuna demostración.

A segunda competencia curricular ten que ver coa continuidade das funcións máis comúns no ámbito dos espazos euclidianos. Trátase de identificar funcións

continuas ou discontinuidades de funcións, de describir funcións xeometricamente, dispor de exemplos de funcións que ilustren propiedades diversas, ou expresar analiticamente transformacións xeométricas sinxelas.

Os resultados máis profundos do programa relaciónanse cos conceptos de compacidade e conexidade. É tamén o marco no que se obteñen as aplicacións máis fortes da teoría desenvolta. Coñecer esta teoría abstracta e comprender o papel determinante que estas nocións desempeñan nas aplicacións consideradas é a terceira competencia curricular. Na súa expresión máis sinxela, o resultado típico dirá que toda función real continua con dominio un intervalo pechado alcanza o máximo, o mínimo e calquera valor intermedio. Aprenderase que as únicas propiedades necesarias do intervalo son a conexidade e a compacidade. É unha mostra dun dos aspectos máis característicos da matemática: como a solución de problemas, ás veces de formulación simple, require a miúdo de teorías moi abstractas.

Ademais destas competencias estritamente curriculares, no curso vanse traballar outras dúas.

A primeira céntrase na linguaxe das matemáticas, nunha dobre vertente: comprender os enunciados cos que se traballa, diferenciar hipóteses, tese e demostración, comprender o valor dos exemplos e dos contra-exemplos,... Doutra parte trátase de incidir na expresión matemática formal, acadar unha escritura medianamente correcta, evitando mesturar a linguaxe informal coa sintaxe lóxica formal.

A segunda competencia non curricular terá que ver coas estratexias de aprendizaxe, tratando de inculcar a práctica de pensar por un mesmo, por unha mesma, do esforzo na comprensión, analizando exemplos concretos, do empeño na resolución de exercicios, evitando a dinámica de buscar onde ler a solución, adquirir o hábito do esforzo por encontrar o camiño, de xeito que cada estudante poida chegar a elaborar demostracións propias de cuestións sinxelas, non porque as recorde, senón pola pericia que teña acadado.

Metodoloxía da ensinanza

O traballo na aula co grupo grande consiste, fundamentalmente, en docencia impartida polo profesor. De ordinario, nunha mesma sesión adicarase un tempo á exposición ou ilustración dalgunha cuestión teórica, e outro tempo á resolución de problemas ou exercicios. As veces, o modelo achegarase ao da lección maxistral, as veces procurarase a implicación de todo o alumnado na discusión das cuestións suscitadas.

Na docencia presencial en grupos reducidos preténdese unha maior participación activa das e dos estudantes. Poderá ter formatos diversos, ás veces abordarase cuestións preparadas polos estudantes, non explicadas previamente; ás veces adicarase á discusión monográfica de cuestións de difícil comprensión. . . En xeral, terá unha orientación máis práctica que as sesións en grupo grande.

Nas titorías na aula darase preferencia á exposición por parte das e dos estudantes. Adicaranse, fundamentalmente, a resolver os exercicios e problemas propostos.

Eventualmente, demandarase a entrega por escrito dalgunha cuestión ou exercicio, ou do resumo ou comentario dalgunha lectura proposta.

As titorías en grupos moi reducidos adicaranse, de forma individual ou en grupos, a resolver as dúbidas e dificultades particulares que vaian xurdindo, e ao seguimento individualizado de cada estudante.

Sistema de avaliación da aprendizaxe

Haberá un dobre método de avaliación: a avaliación puntual, mediante unha proba final escrita, o exame, fixado no calendario da facultade, de realización obrigatoria; e a avaliación continuada, realizada ao longo do curso, baseada principalmente na participación de cada estudante na aula. A cualificación da materia será a do exame incrementada, no seu caso, en función dunha avaliación continuada positiva. A forma concreta será explicitada polo profesorado de cada grupo, respectando o criterio xeral establecido na memoria do plan de estudos.

O exame terá unha parte de teoría, que pode abarcar definición de conceptos, enunciado de resultados ou proba total ou parcial deles. O resto consistirá na resolución de exercicios, que serán análogos aos propostos ao longo do curso. Indicativamente, cada parte terá un peso de entre un 40 e un 60% do total.

Tempo de estudos e de traballo persoal que debe dedicar un estudante para superala

TRABALLO PRESENCIAL NA AULA		TRABALLO PERSOAL DO, DA ESTUDANTE	
Clases de encerado en grupo grande	30	Estudo autónomo	65
Clases de encerado en grupo reducido	15	Escritura de exercicios ou outros traballos	15
Clases con ordenador/laboratorio en grupo reducido	-		-
Titorías en grupo reducido sin ordenador/laboratorio	13	Lecturas recomendadas ou similar	10
Titorías en grupo reducido con ordenador/laboratorio	-	Lecturas recomendadas ou similar	-
Titorías en grupos moi reducidos ou individualizadas	2	Asistencia a charlas ou outras actividades recomendadas	-
Outras sesións con profesor Especificar:	-	Outras tarefas propostas Especificar:	-
Total horas traballo presencial	60	Total horas traballo persoal	90

Recomendacións para o estudo da materia

No curso adícase moito tempo á resolución de exercicios. Obviamente, considérase un aspecto fundamental na aprendizaxe da materia. Isto non debe conducir a pensar que a teoría ten menos importancia: ben ao contrario, a teoría é a pedra angular da formación. Haberá que manexar certo número de definicións e resultados, que se terán que assimilar nun período breve de tempo. As demostracións dos resultados axudan a comprendelos mellor e permiten familiarizarse coas técnicas máis importantes; deben constituír un dos compoñentes fundamentais do estudo da materia. O outro, certamente, será o empeño na resolución dos exercicios.

Outras observacións

Existirá un curso virtual de apoio á docencia desta materia.