# Simetrías y leyes de conservación

por

Silvia Vilariño Fernández

El propósito de esta charla es describir ciertas simetrías y leyes de conservación asociadas a las ecuaciones de Euler-Lagrange, (las cuales son fundamentales en Teoría Clásica de Campos).

Sea $Q$ una variedad diferenciable. Un campo $\phi : \mathbb{R}^k \to Q$ es solución de las ecuaciones de Euler-Lagrange si

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \phi^j \partial (\frac{\partial \phi^i}{\partial t^A})} \frac{\partial \phi^j}{\partial t^A} + \frac{\partial^2 L}{\partial (\frac{\partial \phi^j}{\partial t^B}) \partial (\frac{\partial \phi^i}{\partial t^A})} \frac{\partial^2 \phi^j}{\partial t^A \partial t^B} = \frac{\partial L}{\partial \phi^i}$$

siendo $L(\phi^i(t), \frac{\partial \phi^i}{\partial t^A}\Big|_t)$ la función lagrangiana.

Una simetría es una aplicación que transforma soluciones de las ecuaciones de Euler-Lagrange en soluciones de estas mismas ecuaciones.

Una ley de conservación de las ecuaciones de Euler- Lagrange es una expresión de divergencia

$$Div\, \mathcal{F} = 0$$

que se anula para todo campo solución $\phi : \mathbb{R}^k \to Q$. En la expresión anterior $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_k)$ donde cada $\mathcal{F}_A$ es una función $\mathcal{F}_A(\phi^i(t), \frac{\partial \phi^i}{\partial t^A}\Big|_t)$.

A ciertas simetrías les vamos a asociar leyes de conservación (Teorema de Noether). Además, se establece la relación entre las simetrías de las ecuaciones de Euler-Lagrange y la geometría de la suma de Whitney $TQ \oplus \overset{k}{\dots} \oplus TQ$ de $k$ copias del fibrado tangente.