POSIBLES TRABAJOS

1. *Álgebras y módulos de Clifford.* Explicar los conceptos de álgebra de Clifford, de representación de un álgebra de Clifford, cómo es la clasificación de dichas representaciones, aplicar esto a la construcción de campos linealmente independientes en esferas, y finalmente definir los grupos Pin y Spin.

   Posibles referencias: Lawson, Michelson: *Spin Geometry*, Princeton University Press, 1989 (Capítulo 1, aunque contiene mucho más material del necesario); Baker: *Matrix groups. An introduction to Lie group theory*, Springer, 2002 (Capítulo 5).

2. *Sistemas de raíces y diagramas de Dynkin.* Profundizar en la estructura de los sistemas de raíces. En particular, usar el concepto de string de raíces para entender cómo construir todas las raíces de un sistema a partir de las simples. Escribir un programa de ordenador (por ejemplo en Mathematica o Maple) que reciba como input un tipo de diagrama de Dynkin (e.g. A_5, E_8...) y dé como output el listado de todas las raíces del correspondiente sistema.

   Posible referencia: libro de Knapp (Secciones II.4-5 y Apéndice C.1-2).

3. *Holonomía de variedades riemannianas.* Grupo de holonomía, principio fundamental, ejemplos y significado geométrico de los distintos grupos de holonomía, enunciado del teorema de descomposición de De Rham, teorema de Ambrose-Singer.

   Posibles referencias: Besse: *Einstein manifolds*, Springer, 2008 (Capítulo 10); Petersen: *Riemannian geometry*, Third Edition, 2016 (Sección 10.3).

4. *Submersiones (semi-)riemannianas.* Concepto de submersión (semi-)riemanniana, propiedades fundamentales, tensores de O'Neill, ejemplos (e.g. espacio proyectivo y/o hiperbólico complejos, esferas de Berger).

   Posibles referencias: O'Neill: *The fundamental equations of a submersion*, Michigan Math. J. 13 (1966), 459–469 (sobre todo secciones 2 y 5); O'Neill: *Semi-Riemannian geometry*, Academic Press, 1983 (pág. 212-213); libro de Petersen (Sección 4.5).

5. *Variedades de Kähler.* Variedades complejas, estructuras casi complejas, enunciado del teorema de Newlander-Nirenberg, estructura casi compleja en $\mathbb{S}^6$, variedades hermíticas y de Kähler, subvariedades complejas de una variedad de Kähler son Kähler y minimales.

   Posibles referencias: Lawson: *Lectures on minimal submanifolds.* Volume I, 1980 (Sección I.7); Yano, Kon: *Structures on manifolds.* World Scientific, 1984 (Secciones III.1-2-3-4, IV.1).

6. *Acciones polares.* Concepto de acción isométrica polar, secciones totalmente geodésicas, polaridad de la representación slice, s-representaciones.

   Posible referencia: Berndt, Console, Olmos: *Submanifolds and holonomy,* Second Edition, CRC Press, 2016 (Secciones 2.3.1 y 2.3.2).