

Esta práctica está dirigida a aquellos alumnos y alumnas que quieran aprender cómo usar un programa de ordenador para cálculo simbólico para resolver e interpretar geoméricamente sistemas lineales, y para diagonalizar o hallar la forma canónica de Jordan de matrices cuadradas.

La práctica es voluntaria y contará positivamente para la evaluación continua.

El programa para cálculo simbólico que usaremos se llama COCALC, que es una aplicación online gratuita. Es necesario tener un ordenador con acceso a internet para trabajar con COCALC. Una vez nos registremos y accedamos a COCALC lo que haremos es trabajar con “Hojas de trabajo tipo Sage” (*Sage Worksheet*). Sage es un lenguaje de programación de código abierto para cálculo simbólico: es como si fuese una calculadora con muchas más funciones, que permite resolver ecuaciones, sistemas, calcular derivadas e integrales, hacer representaciones gráficas 2D y 3D... Este lenguaje tiene su propia sintaxis, con la que te deberás familiarizar un poquito al principio. En la web de la asignatura te dejo algún link a algún manual o tutorial.

No te plantees realizar esta práctica en 5 minutos: necesitarás más tiempo, seguramente dedicarle un par de horas cada día durante dos o tres días, porque al principio familiarizarse con un programa de este estilo lleva su tiempo. Pero si aprendes un poquito sobre él (lo suficiente como para hacer esta práctica), te acabará siendo muy útil para comprobar ejercicios que hagas a mano durante este cuatrimestre y el próximo. Además, te servirá de introducción para el trabajo con MATLAB que realizaréis en el segundo cuatrimestre.

Para hacer la práctica, sigue estos pasos:

1. Ve a la página web de la asignatura y bájate a tu ordenador el fichero *Sistemas lineales y diagonalización.sagews*.
2. Regístrate en <https://cocalc.com/>
3. Accede a COCALC con tus credenciales (email y la contraseña que hayas escogido).
4. Crea un nuevo proyecto, al que puedes llamar, por ejemplo, *Matemáticas I*. Un proyecto es como una carpeta donde puedes meter varios archivos.
5. Accede a ese proyecto que has creado. Haz click en “Upload” y carga el fichero que bajaste en el paso 1.
6. Ahora ya tienes un fichero en tu proyecto. Ábrelo y míralo con calma, tratando de entender lo que en él se hace (esencialmente, resolver un par de ejercicios del examen parcial, y alguno más), y fíjate en la sintaxis del lenguaje de programación usado (que se llama Sage). Seguramente necesites informarte en internet sobre como trabajar con COCALC y sobre el lenguaje de programación Sage. Puedes y debes manipular el fichero, experimentando así cómo va el asunto. Seguro que te desesperas en algún momento, y que te da algún error que no entiendes. Ten paciencia. Para escribir una línea nueva, haz click en una de las líneas horizontales que empiezan con un segmento azul. Una cosa esencial es que, para ejecutar cada línea tienes que pulsar simultáneamente Mayúsculas+Intro.
7. Cuando hayas entendido el fichero y practicado un poco, crea un nuevo fichero tipo “Sage Worksheet”, al que puedes llamar *Práctica sistemas y diagonalización*.
8. Usa ese fichero para resolver los dos ejercicios que pongo más abajo. Al igual que en el fichero que bajaste de la página web de la asignatura, trata de incluir comentarios explicando lo que haces y cómo interpretas los resultados que obtienes (p.ej. el tipo de sistema que es, si la matriz es diagonalizable o no, etc.). Para incluir comentarios, lo más fácil es escribir en una línea nueva %md seguido de lo que quieras comentar. Otra opción es escribir %latex seguido de lo que quieras comentar; en este caso puedes escribir fórmulas metiéndolas entre símbolos de dólar, p.ej. $A=PJP^{-1}$.
9. Cuando termines, descarga el fichero donde hayas resuelto estos ejercicios a tu ordenador, y envíamelo por email poniéndole como nombre de archivo tu nombre y apellidos.

Aquí van los dos ejercicios que se piden resolver en esta práctica:

1) Usando el comando `rref` de COCALC, obtén la forma escalonada reducida de cada uno de los siguientes sistemas lineales. En función de lo que obtengas, deduce qué tipo de sistema es y, si es compatible, deduce cuáles son sus soluciones; escribe todo esto en un comentario para cada sistema, en la hoja de trabajo. Usa el comando `implicit_plot3d` para interpretar geoméricamente cada sistema y comprobar que el dibujo es coherente con lo que hayas obtenido antes.

$$(a) \begin{cases} -4x + 3y + z = 2 \\ y - z = 5 \\ 8x + 6y + 2z = 4 \\ -4x + 4z = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 5x + 2y - 3z = -2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = -3 \\ -y - 2z = 0 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} z_1 + 2z_2 + 3z_3 = 2 \\ z_1 - z_2 + z_3 = 0 \\ 2z_1 + z_2 + 4z_3 = 2 \\ -z_1 - 2z_2 - 3z_3 = -2 \\ -3z_2 - 2z_3 = -2 \end{cases}$$

2) Para cada una de las siguientes matrices A

$$(a) \begin{pmatrix} -5 & -9 & -3 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -9 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} -5 & -1 & 0 & -1 \\ 18 & 3 & 0 & 6 \\ -8 & -2 & -1 & -2 \\ 6 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (e) \begin{pmatrix} -4 & -3 & -1 & 5 \\ 15 & 13 & 6 & -21 \\ -8 & -6 & -2 & 10 \\ 5 & 4 & 2 & -6 \end{pmatrix} \quad (f) \begin{pmatrix} -5 & -8 & 0 & 20 \\ 29 & 30 & -1 & -69 \\ -16 & -12 & 3 & 2 \\ 7 & 9 & 1 & -20 \end{pmatrix}$$

calcula con el comando `eigenvectors_left` de COCALC sus autovalores y autovectores, y con el comando `jordan_form(transformation=True)` encuentra su forma canónica de Jordan J (que puede ser diagonal o no) y la matriz de cambio de base P tales que $A = PJP^{-1}$. Comprueba con COCALC que se cumple susodicha igualdad. Escribe comentarios diciendo si cada matriz es diagonalizable o no.