Matemáticas I Grado en Ingeniería Química

Examen parcial 1 (Temas 1 y 2) − 11/10/2017 Curso 2017/2018

Duración: Una hora y media

Apellidos: Nombre:

---

1. (2 puntos) Halla las raíces complejas de la ecuación $2z^2 + 2(1+i)z - 3i = 0$.

2. (1 punto) Determina a para que las tres rectas

$$\left\{\begin{array}{rcr} 3x + y & = & 1 \\ -2x + ay & = & -1 \\ -x + y & = & 0 \end{array}\right.$$

pasen por un mismo punto del plano $\mathbb{R}^2$.

3. (2 puntos) Clasifica, resuelve e interpreta geométricamente en el espacio $\mathbb{R}^3$ el siguiente sistema lineal:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + 2y + z & = & 1 \\ -2x + y & = & 0 \\ -x + 3y + z & = & 1 \\ 3x + y + z & = & 1 \end{array}\right.$$

4. (3.5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ demuestra que es diagonalizable encontrando una matriz diagonal D y una matriz de cambio de base P tales que $A = PDP^{-1}$.

5. (1.5 puntos) Indica si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) Las coordenadas del vector $\overrightarrow{v} = (2,1,0)$ en la base $\mathcal{B} = \{(0,1,0),(-1,0,1),(1,0,2)\}$ son $(1,0,2)_{\mathcal{B}}$.

(b) En el ejercicio 4 de arriba, la matriz P^{-1} es la matriz de cambio de base de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ a una base formada por autovectores de A.

(c) La aplicación $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y) = (y, x+2)$ no es una aplicación lineal, ya que $f(0,0) \neq (0,0)$.

(d) Los vectores $\overrightarrow{u} = (1,0,-1,0)$ y $\overrightarrow{v} = (1,0,0,0)$ de $\mathbb{R}^4$ ni son ortogonales ni forman un ángulo de 45º.

(e) Multiplicar un número complejo z por la unidad imaginaria i equivale a girar 90º en sentido antihorario el vector de posición de z.

(f) La ecuación $z^9 = 1$ tiene exactamente 9 soluciones complejas z, todas ellas de módulo 1 y con argumentos de la forma $\frac{2k\pi}{9}$, con $k \in \{0,1,\ldots,8\}$.

Matemáticas I Grado en Ingeniería Química

Examen parcial 1 (Temas 1 y 2) – 11/10/2017 Curso 2017/2018

Duración: Una hora y media

Apellidos: Nombre:

---

1. (2 puntos) Halla las raíces complejas de la ecuación $z^2 - 2(1+i)z - 6i = 0$.

2. (1 punto) Determina a para que las tres rectas

$$\begin{cases} 3x+y &= 1 \\ ax+y &= -1 \\ -x+y &= 0 \end{cases}$$

pasen por un mismo punto del plano $\mathbb{R}^2$.

3. (2 puntos) Clasifica, resuelve e interpreta geométricamente en el espacio $\mathbb{R}^3$ el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x+2y+z &= 2 \\ -2x+y &= 0 \\ -x+3y+z &= 2 \\ 3x+y+z &= 2 \end{cases}$$

4. (3.5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -3 & -6 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ demuestra que es diagonalizable encontrando una matriz diagonal D y una matriz de cambio de base P tales que $A = PDP^{-1}$.

5. (1.5 puntos) Indica si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) Las coordenadas del vector $\overrightarrow{v} = (2,1,4)$ en la base $\mathcal{B} = \{(0,1,0),(-1,0,1),(1,0,2)\}$ son $(1,0,2)_{\mathcal{B}}$.

(b) En el ejercicio 4 de arriba, la matriz P es la matriz de cambio de base de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ a una base formada por autovectores de A.

(c) La aplicación $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y,z) = (y, x+2+z)$ no es una aplicación lineal, ya que $f(0,0,0) \neq (0,0)$.

(d) Los vectores $\overrightarrow{u} = (1,0,1)$ y $\overrightarrow{v} = (1,1,0)$ de $\mathbb{R}^3$ ni son ortogonales ni forman un ángulo de 45º.

(e) Multiplicar un número complejo z por $-i$ equivale a girar 90º en sentido antihorario el vector de posición de z.

(f) La ecuación $z^7 = 1$ tiene exactamente 7 soluciones complejas z, todas ellas de módulo 1 y con argumentos de la forma $\frac{2k\pi}{7}$, con $k \in \{0,1,\ldots,6\}$.