

**PROGRAMA DETALLADO****Tema 1: Introducción a los sistemas lineales**

*Conceptos básicos.* Lenguaje matemático básico: conjuntos, pertenencia, inclusión, complementario, cuantificadores existencial y universal. Números naturales, enteros y racionales. Números irracionales y reales. Valor absoluto, potencias, raíces, el número de Euler, exponenciales, logaritmos. Trigonometría básica. Polinomios, raíces y regla de Ruffini. Inecuaciones.

Tiempo de clase estimado: 1 hora.

*Números complejos.* Unidad imaginaria. Números complejos. Parte real y parte imaginaria. Formas binómica y cartesiana. El plano complejo. Módulo y argumento. Formas polar y exponencial. Fórmula de Euler. Complejos iguales, conjugados y opuestos. Operaciones y propiedades: suma (en forma binómica), producto, cociente y potencia (en todas las formas), raíz (en forma polar o exponencial). Ecuaciones polinómicas con coeficientes reales y con coeficientes complejos.

Tiempo de clase estimado: 3 horas.

*Sistemas lineales.* Definición de sistema lineal y solución. Matriz del sistema, matriz ampliada del sistema. Sistemas homogéneos. Clasificación: compatible determinado, compatible indeterminado, incompatible. Sistemas equivalentes y transformaciones elementales. Método de Gauss. Interpretación geométrica de un sistema lineal con 2 o 3 variables: líneas y planos coincidentes, paralelos o secantes.

Tiempo de clase estimado: 2 horas.

*Álgebra matricial.* Definición de matriz (real y compleja). Matriz traspuesta. Matrices iguales. Matriz cuadrada, simétrica, antisimétrica, hermítica, diagonal, identidad, triangular, nula. Suma de matrices y propiedades (conmutativa, asociativa, elemento neutro, elemento opuesto). Producto escalar por matriz y propiedades. Producto de matrices y propiedades (no conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro). Matriz inversa. Cálculo de la inversa por el método de Gauss.

Tiempo de clase estimado: 2 horas.

**Tema 2: Determinantes, espacios euclídeos y transformaciones lineales**

*Determinantes.* Determinante de matrices cuadradas de orden 2 y 3. Menor complementario y adjunto de un elemento de una matriz cuadrada. Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea. Propiedades de los determinantes (determinante del producto, multiplicación de línea por escalar, línea que es suma, intercambio de filas, dos filas proporcionales, línea que es combinación lineal, sumar combinación lineal de filas). Cálculo del determinante mediante el método de Gauss. Matriz inversible si y sólo si su determinante es no nulo. Menores de una matriz cuadrada y rango. Matriz adjunta e inversa de una matriz  $A$  como  $(\text{Adj } A)^t/|A|$ . Aplicación a la resolución de sistemas lineales: teorema de Rouché-Frobenius.

Tiempo de clase estimado: 2 horas.

*Espacios euclídeos.* Vectores en el plano y en el espacio. Coordenadas cartesianas. Suma de vectores, producto por escalar, interpretación gráfica, expresión usando coordenadas, y propiedades. Espacios euclídeos y dimensión. Combinación lineal de vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Base canónica. Coordenadas o componentes de un vector respecto a una base. Módulo de un vector. Producto escalar de dos vectores, propiedades, interpretación geométrica y expresión en función de coordenadas. Ortogonalidad, bases ortonormales. Producto vectorial de dos vectores, propiedades, interpretación geométrica y expresión en función de coordenadas. Conceptos de cónica y cuádrica. Ecuaciones de circunferencias, parábolas, elipses e hipérbolas en el plano, y de esferas, cilindros, conos, paraboloides e hiperboloides en el espacio.

Tiempo de clase estimado: 4 horas.

*Transformaciones lineales.* Transformación lineal como producto matriz por vector. Matriz de cambio de base. Autovalores y autovectores de una matriz cuadrada. Polinomio característico. Diagonalización de matrices cuadradas (como aquellas  $A$  tal que existe  $P$  inversible con  $PAP^{-1}$  diagonal). Aplicación al cálculo de potencias de una matriz. Existencia de matrices cuadradas no diagonalizables y concepto de forma canónica de Jordan. Uso de software matemático para cálculo matricial.

Tiempo de clase estimado: 4 horas.

### **Tema 3: Funciones de una variable real**

*Funciones.* Concepto de aplicación y función. Ejemplos: constante, lineal, polinómica, racional, exponencial, logarítmica, trigonométrica. Dominio, recorrido, conjunto imagen, imagen y preimagen de un elemento. Gráfica de una función. Extremos relativos y absolutos, crecimiento y decrecimiento, convexidad, concavidad, puntos de inflexión. Operaciones: suma, producto por constante, producto, cociente, composición. Funciones inyectivas, pares, impares y periódicas. Función inversa. Uso de software matemático para representación gráfica de funciones.

Tiempo de clase estimado: 3 horas.

*Límites y continuidad.* Límite de una función en un punto. Límites laterales en un punto. Límites en el infinito. Propiedades de los límites: suma, producto y cociente. Cálculo de límites: indeterminaciones tipo  $\infty/\infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$  y  $0/0$ . Función continua en un punto y función continua. Suma, producto, cociente y composición de funciones continuas. Tipos de discontinuidades: evitable, salto infinito, salto finito, esencial. Teorema de Bolzano: enunciado e interpretación geométrica.

Tiempo de clase estimado: 4 horas.

*Derivabilidad.* Motivación del concepto: tasa de variación, cociente incremental, velocidad. Definición de derivada de una función en un punto. Derivadas laterales en un punto. Interpretación geométrica: recta tangente. Función derivada. Técnicas de derivación: linealidad, productos y cocientes, potencias y raíces, regla de la cadena, funciones trigonométricas, hiperbólicas, exponenciales y logarítmicas, función inversa. Regla de l'Hôpital y aplicación al cálculo de indeterminaciones. Derivadas de orden superior. Polinomio de Taylor en torno a un punto, teorema de Taylor y aplicación a cálculos aproximados. Análisis de crecimiento, concavidad y convexidad. Puntos críticos: extremos locales (mínimos y máximos), puntos de inflexión. Enunciados de los teoremas de Rolle y del valor medio. Asíntotas: horizontales, verticales y oblicuas. Representación gráfica de funciones: dominio, continuidad, tipos de discontinuidades, corte con los ejes, simetrías, crecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidad, asíntotas.

Tiempo de clase estimado: 8 horas.

*Integración.* Motivación del concepto: cálculo de áreas, desplazamiento a partir de velocidad, trabajo realizado por una fuerza, masa a partir de densidad. Sumas de Riemann. Definición de integral definida. Interpretación geométrica: área bajo la gráfica. Valor medio de una función, centro de masas. Propiedades: linealidad, intercambio de límites de integración, aditividad de intervalos. Enunciado del teorema del valor medio del cálculo integral. Teorema fundamental del cálculo integral. Función primitiva. Regla de Barrow. Integral indefinida. Tabla de las integrales indefinidas más usuales. Métodos de integración: cambio de variables, integración por partes, funciones racionales como suma de fracciones simples. Integrales impropias. Aplicación de las integrales definidas al cálculo de áreas de figuras planas, longitudes de gráficas de funciones derivables, volúmenes y áreas laterales de sólidos de revolución. Uso de software matemático para problemas de cálculo diferencial e integral en una variable.

Tiempo de clase estimado: 7 horas.

### Tema 3: Funciones de varias variables reales

*Diferenciación.* Función de varias variables. Curvas y superficies de nivel: cónicas y cuádricas. Representación gráfica de funciones de varias variables en el ordenador. Límite en un punto de una función de varias variables. Derivada parcial de una función en un punto (distintas notaciones). Derivada direccional. Vector gradiente en un punto y campo gradiente. Interpretación geométrica del gradiente: vector normal a la superficie de nivel, plano tangente, dirección de mayor crecimiento. Derivadas de orden superior (distintas notaciones). Derivadas cruzadas. Matriz hessiana. Puntos críticos: extremos locales (mínimos y máximos), puntos de silla. Extremos condicionados: multiplicadores de Lagrange.

Tiempo de clase estimado: 8 horas.

*Integración.* Integración de una función de varias variables con respecto a una sola variable. Integrales iteradas y convenio “de dentro afuera”. Integrales dobles y distintas notaciones. Cambio de orden de integración. Integrales triples y distintas notaciones. Integración por cambio de variables. Algunos cambios importantes: polares, esféricas, cilíndricas. Aplicaciones: cálculo de áreas, volúmenes, centro de masas, valor medio de una función. Uso de software matemático para problemas de cálculo diferencial e integral en varias variables.

Tiempo de clase estimado: 6 horas.

*Cálculo vectorial.* Campos escalares y vectoriales. Flujo de un campo vectorial. Operadores gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano, y su interpretación física. Curvas parametrizadas. Integral de línea de campos escalares y de campos vectoriales. Aplicaciones: trabajo termodinámico, cambio de entropía, transferencia de calor. Superficies parametrizadas. Vector normal como producto vectorial de los vectores coordenados. Integral de superficie de campos escalares y de campos vectoriales. Enunciados e interpretación física de los teoremas de Gauss y Stokes.

Tiempo de clase estimado: 6 horas.